| **Fag:** | **Vejleder:** |
|---|---|
| Matematik B | |

**Område**: Vektorer og anarmofoser

**Opgaveformulering**:

Hvordan kan man konstruere en anamorfose?

Du skal i opgaven

- Gøre rede for relevante dele af vektorbegrebet i planen.
- Behandle en ret linjes parameterfremstilling både i planen og i rummet.
- Behandle planens ligning i rummet.
- Behandle hvordan man finder skæring mellem en linje og plan i rummet.
- Fremstille en simpel anamorfose og beskrive hvordan den konstrueres.

*Opgavens omfang: 10-15 sider sider ekskl. forside, indholdsfortegnelse, fodnoter, figurer, grafer, litteraturliste og eventuelle bilag.*

Denne side skal indsættes som forsiden i besvarelsen
Besvarelsen afleveres, som PDF-fil **i Netprøver.dk** senest **fredag d. 12. april, kl. 11.30**

## 1.0 Resume

Igennem opgaven undersøges, hvordan man kan konstruere en anamorfose. Dette gøres ved at kende til den relevante viden omkring en anamorfose, såsom general viden om vektorer, parameterfremstilling i rummet og henholdsvis i planen.

Det er derfor vigtigt at kende til nogen begreber indenfor rumgeometri, hvis en anamorfose ønskes at konstrueres. Fra parameterfremstillingen og planens ligning ud fra et bestemt øjepunkt, kan man derfor beregne sig til, hvor de forskellige skæringspunkter skal være og på den måde kan man konstruere en anamorfose.

Til sidst konstrueres en anamorfose og alt det relevante informationen bag konstruktionen forklares.

Dette er en meget innovativ og praktisk opgave, da den viden man lærer igennem opgaven, er med til at kunne konstruere en anamorfose og på den måde benytter matematikken i den virkelige verden.

# Indholdsfortegnelse

## 2.0 Indledning

Vektorer er et vidt begreb indenfor matematikken, som benyttes til at fremstille anamorfoser, som typisk ses blive reklameret indenfor sport i form af reklamer. Vektorer benyttes derudover til at forstå rumgeometrien og planen, som oftest antydes til at være henholdsvis i 3D og 2D på baggrund af antal koordinatsæt.

Igennem min opgave vil jeg opklare, hvordan en anamorfose konstrueres, samt finde frem til relevante vektorer begreber indenfor rumgeometri.

Jeg starter med at indlede, hvad min opgave handler om, inden jeg begynder at snakke om nogle relevante vektorbegreber, som benyttes i rumgeometri, såsom skalarproduktet og Indskudsreglen. Jeg fortæller kort om vektorsummen, da det har en relevans for at forstå, hvad Indskudsreglen er præcist.

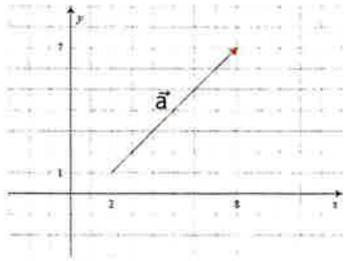
Derefter vil jeg igennem min opgave undersøge og opklarer skæring mellem en linje og plan i rummet, finde frem til planens ligning i rummet og parameterfremstilling både i planen og i rummet for en ret linje.

Jeg vil derefter forklar et bevis indenfor planens ligning i rummet.

Herefter forklar jeg kort, hvad en anamorfose er præcist, hvor at jeg vil konstruere en simpel anamorfose og forklar teorien bag illusionen en anamorfose udleder.

Til sidst vil jeg lave en kort opsamling på hele min opgave, hvor jeg derved afrunder min opgave.

## 3.0 Vektorer




Vektorer er et begreb, for et geometrisk objekt, som har en længde og en retning. Vi illustrerer vektorer med pile og disse pile kalder vi repræsentant for vektorerne. Dermed har en vektor typisk et begyndelsespunkt og et endepunkt. En vektor kan sagtens have samme begyndelsespunkt og endepunkt, også kaldes det for egentlige vektorer eller nulvektorer.

Vektoren betegnes altid med en pil ovenfor et bogstav, og ville se sådan ud $\vec{a}$. Derudover vil vektorens værdier altid have x-aksens værdier først og derefter y-aksens værdier. Vektorens koordinater vil derfor se sådan ud: $\vec{a} = \binom{a_1}{a_2}$ [1]. Disse koordinater benyttes når man skal finde frem til skalarproduktet.

## 3.1 Skalarproduktet:

Skalarproduktet består af at den ene vektor prikkes på den anden vektor. Dette kunne eksempelvis betyde at $\vec{a}(a_1, a_2)$ prikkes på $\vec{b}(b_1, b_2)$, som så vil se sådan her ud:

$$\vec{a} \cdot \vec{b}$$

Når en vektor prikkes på en anden vektor betyder det sådanset, at henholdsvis koordinaterne lægges sammen sådan her:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$$ [2]

Indenfor rummet vil skalarproduktet have en lidt anden definition, da den har 3 koordinater i stedet for 2. Dette betyder at vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$ har koordinaterne:

$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ og $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ [3]

Definitionen for disse vektorer for at kunne være et skalarprodukt vil derfor være:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$$

Dette er præcist samme måde man regner med skalarproduktet i planen, men med et mere koordinat, da i rummet findes der x,y,z -akser og ikke kun x og y, som der er i planen. [4]

[1] Dalby og Studsgarrd, 2024, Systime: Plus A HF, afsnit 6
[2] Ole W. Olsen, 1999 Vektorregning s. 27-28
[3] Ibid, s. 77
[4] Ibid s. 77

3. 2 Eksempel i rummet:

Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ $og$: $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

Jeg indsætter værdierne ind i formlen for skalarproduktet:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 3$$

Jeg ganger henholdsvis første, anden og tredje koordinaterne sammen først:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 + 6 + 12$$

Derefter plusser jeg tallene sammen:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 20$$

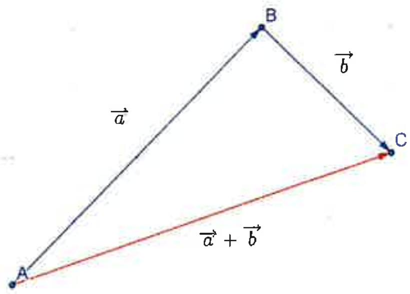
Her ses resultet for eksemplet.

Skalarproduktet benyttes i rumgeometri i både planen, og rummet som ses i planens ligning i rummet.

## 3.3 Vektorsummen:

Vektorsummen er et begreb man bruger når man finder summen af 2 vektorer. Dette gør man ved at lægge vektoren a og b sammen som har koordinaterne $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$.

Vektoren $\vec{a}$ har et slutpunkt og det er her vektor $\vec{b}$ begyndelsespunkt starter. Summen af vektor $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er dermed den vektor som starter fra $\vec{a}'s$ begyndelsespunkt og slutter i $\vec{b}$'s endepunkt. Denne side kalder vi for $\vec{a}$+$\vec{b}$.




Begyndelsespunktet og endepunkterne kalder vi for henholdsvis A, B og C.

Dette betyder derfor at $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$ og vektorsummen $\vec{a}$+$\vec{b} = \overrightarrow{AC}$. [5]

Vektorsummen benytter sig derfor af indskudsreglen.

## 3.4 Indskudsreglen:

Ved vektorsummen siges at man indskyder B mellem A og C, og derfor gælder følgende formel for de vilkårlige punkter A,B,C

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$$ [6]

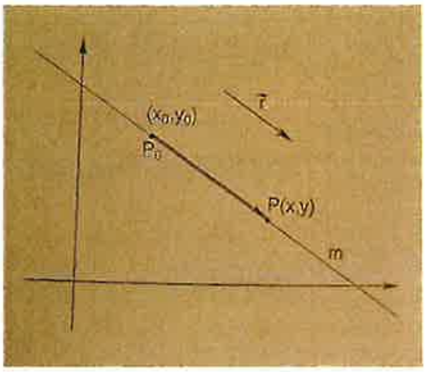
---

[5] Ibid s. 9

[6] Ibid s. 9-11

Man kan omskrive indskudsreglen til de punkter og vektorer man har, som man gør i parameterfremstilling for en ret linje i planen.

## 4.0 Ret linjes parameterfremstilling i planen

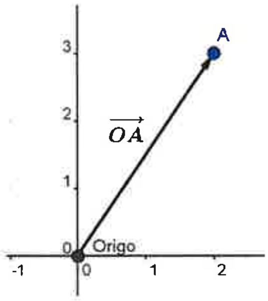


CARSTENSEN, FRANDSEN OG STUDSGAARD, 2007, MAT A3, S. 181, FIGUR 3

Parameterfremstilling i planen for en ret linje antydes, at have en linje, som går gennem punktet $P_0(x_0, y_0)$ og har retningsvektoren $\vec{r} = \binom{a}{b}$. Hvis punktet P er et vilkårligt punkt på linjen så er $\overrightarrow{P_0P}$ parallel med vektoren $\vec{r}$ fordi, den også er parallel med linjen og derfor findes der et reelt tal som defineres ved symbolet t. Punktet P kan sagtens falde sammen $P_0$, som så betyder at $P_0P$ dermed ikke er parallel med linjen eller $\vec{r}$. Dette betyder at det reele tal t, giver 0. [7]

I parameterfremstilling i planen benytter vi indskudsreglen, fordi at en stedvektor og dens endepunkt har samme koordinater.

En stedvektor betyder bare at det er en vektor som går fra origo(0,0) til det punkt man har.




Fordi at indskudsreglen har formlen:

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OP_0} + \overrightarrow{P_0P}$$

Vi antyder at P som har koordinatsættet (x,y) er et vilkårligt punkt på linjen, hvilket betyder at der findes et reelt tal som betegnes med symbolet t. Derfor må det betyde at:

$$\overrightarrow{P_0P} = t \cdot \vec{r}$$

Vi omskriver derfor indskudsreglens formel, da $\overrightarrow{OP}$ er det samme som (x,y)

Dette gør derfor at parameterfremstillingen har formlen:

$$\binom{x}{y} = \binom{x_0}{y_0} + t \cdot \binom{a}{b}$$

Formlen fortæller derfor at x og y er parameterfremstillingen for linjen, hvorimod at symbolet t er parameteren.

Derudover kan man også benytte sig af nogen andre formler, som fortæller parameterfremstillingen for en ret linje. Disse formler er noget simple og ser sådan ud: [8]

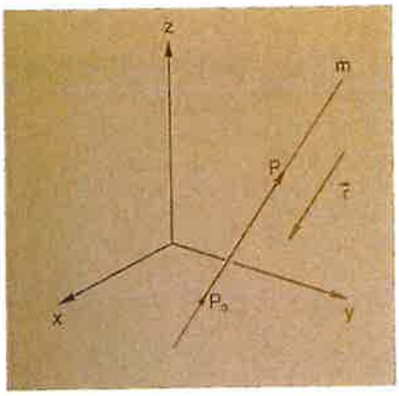
---

[7] Carstensen, Frandsen og Studsgaard, 2007, MAT A3 s. 181
[8] Ibid s. 182

$$x = x_0 + at$$
$$y = y_0 + bt$$

Man benytter næsten samme princip når det kommer til at finde en ret linjes parameterfremstilling i rummet.

## 5.0 Ret linjes parameterfremstilling i rummet



CARSTENSEN, FRANDSEN OG STUDSGAARD, 2007, MAT A3, S. 110, FIGUR 9

Parameterfremstilling i rummet minder meget om parameterfremstillingen i planen. Forskellen på disse to er at en ret linjes parameterfremstilling i rummet har en tredje akse, som kaldes for z. Formlen for parameterfremstilling i rummet ser derfor sådan her ud:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix}$$

Den kan derimod også se sådan her ud og ser lidt anderledes ud end parameterfremstilling i planen, da vi har en tredje akse fremfor bare to akser:

$$x = x_0 + tr_1$$
$$y = y_0 + tr_2$$
$$z = z_0 + tr_3$$ [9]

Parameterfremstillingen for linjen opfattes til at være en beskrivelse af en partikels bevægelse i rummet som bevæger sig i parameteren t, og enheden kunne eksempelvis blive målt i sekunder, men det er ikke altid sådan. Linjen har altid en bevægelses banekurve og ud fra dette kan man finde frem til hvor langt partiklen bevæger sig samt, hvilken retning partiklen bevæger sig i pr. sekund.

Dette kaldes at måle hastighedsvektoren $\overrightarrow{v(t)}$. Man benytter differentiation til at få partiklens hastighedsvektor og har formlen:

$$\overrightarrow{v(t)} = (x'(t), y'(t), z'(t))$$

Formlen for hastighedsvektoren er uafhængig af t, men er konstant, som egentlig betyder, at linjen altid forholder sig til en jævn og retlinjet bevægelse i rummet. [10]

Man benytter sig også af første, anden og tredje akse når man skal finde planens ligning i rummet.

---

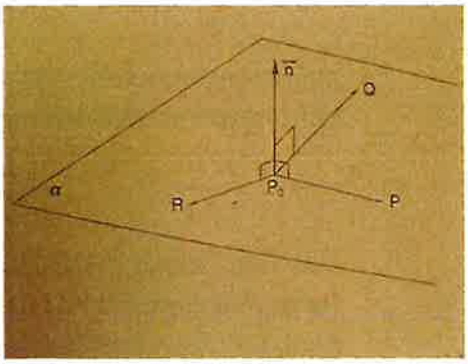
[9] Ibid s. 110-111
[10] Ibid s. 113

## 6.0 Planens ligning i rummet

Planens ligning i rummet har symbolet α og har formlen:

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

Denne ligning gælder kun hvis planen går igennem punktet $P_0$ og som har en normalvektor $\vec{n} = (a, b, c)$, som endelig betyder at vektoren står vinkelret på alle vektorer i planen[11].




CARSTENSEN, FRANDSEN OG STUDSGAARD, 2007, MAT A3, S. 117, FIGUR 12

6.1 Bevis:

Den måde man har opstilt planens ligning i rummet er ved først at indfører koordinaterne og definere dem: [12]

$$P_0(x_0, y_0, z_0)$$

Dette fortæller noget om hvor det faste punkt ligger i planen

$$P(x, y, z)$$

Som fortæller om det man kalder det vilkårligt punkt på linjen.

$$\vec{n} = (a, b, c)$$

Der fortæller normalvektoren til planen.

Hvis punktet P ligger et sted i planen så gælder det derfor at:

$$\overrightarrow{P_0P} \perp \vec{n}$$

Symbolet ⊥ fortæller at vektoren $\overrightarrow{P_0P}$ er vinkelret med normalvektoren. Dette er det samme som, at prikproduktet er 0, fordi at hvis vektoren giver 0 så bliver prikproduktet også nul. Dette gælder for alle de punkter man vælger på linjen og på den måde beskriver linjen. [13]

$$\overrightarrow{P_0P} \cdot \vec{n} = 0$$

Her ses at vektoren $\overrightarrow{P_0P}$ prikkes med normalvektoren, som derefter giver 0.

[11] Ibid s. 117
[12] Ibid s. 118
[13] Restudy: Rumgeometri (STX)

Fordi at vi har defineret hvad $P_0$, P og n er, som kan ses for oven kan vi omskrive formlen igen så at den ser sådan ud istedet:

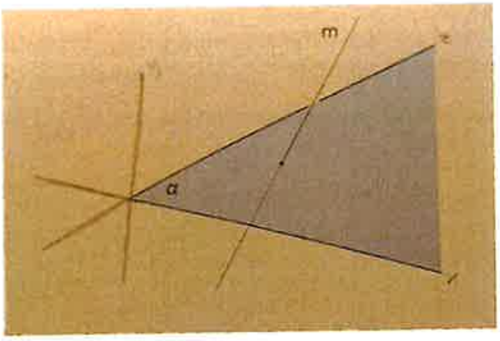
$$\begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = 0$$

Men det er ikke helt en ligning endnu, og da vi ved at prikproduktet handler om at gange x koordinaterne sammen + y-koordinaterne kan vi opstille formlen sådan: [14]

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

Denne formel benyttes når man skal finde skæringen mellem en linje og en plan i rummet:

## 7.0 Skæring mellem en linje og plan i rummet



CARSTENSEN, FRANDSEN OG STUDSGAARD, 2007, MAT A3, S. 135, FIGUR 4

Skæring mellem en linje og plan i rummet handler om at finde de skæringspunkter der er mellem en linje og en plan. Dette kan man gøre ved at benytte sig af parameterfremstillingen, som man indsætter i planens ligning.

Man sammenkobler derfor lidt de to formler for at kunne finde frem til de skæringspunkter der er, ved at finde frem til hvilken værdi parameteren t har[15]. Når værdien for t er fundet, benytter man sig af formlen for linjens parameterfremstilling og skæringspunkterne findes derefter.[16]

Når en linje ikke er parallel med planen α, betyder det at linjen helt præcist skærer i et punkt på planen.

Man benytter skæring mellem en linje og plan i rummet, for at kunne fremstille en anamorfose, da det er vigtigt at kende til for at kunne beregne, hvor hvert koordinatsæt skal være.

[14] Carstensen, Frandsen og Studsgaard, 2007, MAT A3 s. 118
[15] Ibid s. 134-135
[16] Ibid s. 150

## 8.0 Anamorfose

En anamorfose er en form for illusion, som kun virker hvis set fra det rigtige punkt kaldet øjenpunktet. Hvis man ikke ser fra øjenpunktet vil anamorfosen se helt forkert ud, og derfor vil illusionen ikke virke. Når man skal konstruere en anamorfose skal man tænke, at det hele forgår i et koordinatsystem. Man skal måle det objekt man gerne vil lave en anamorfose af med fokus på at finde frem til de koordinater hvert punkt har i objektet. Derefter benytter man parameterfremstillingen, hvor at man kan udregne præcist hvor linjen skærer i planen, for så derefter at kunne konstuere anamorfosen.

## 8.1 Praksis

Ud fra de foregående oplysninger i opgaven, har jeg kunne konstruere en anamorfose. Jeg havde valgt at konstruere nogen trappetrin der går ned i, hvad skal forstille sig et mørkt rum, selvom at det enlig bare er liggende stykke papir. Trapperne ser virkelig ud, da jeg finder frem til hvor hvert skæringspunkt er ud fra øjepunktet ned til gulvet.

Jeg benytter parameterfremstillingen[17] og planens ligning[18] til at finde ud af, hvor hvert punkt for trappen skal ligge for at kunne skabe illusionen af at trappen faktisk ser virkelig ud og ikke bare er en tegning.

Jeg tager udgangspunkt i at måle, hvor lang, bred og høj trappen skal være. Dette får en betydning for hvordan vi finder koordinaterne til hvert punkt.

Trappen har jeg målt til at være:

110 cm lang på x-aksen.

30 cm bred på y-aksen.

17 cm i højen på z-aksen.

Øjenpunktet: 0,0, 150

Herefter findes hvert punkt ved at måle hvad hvert trappetrins længde, bredde og højde skal være, og her ses alle de mål jeg har fået med min anamorfose. Her ses nogen af punkterne med x-aksen først, derefter y-aksen og til sidst z-aksens koordinater:

Punkt i: (200,270,-17)

Punkt J: (200,300, -17)

Punkt K: (200, 270, 0)

Punkt L: (200, 300, 0)

---

[17] S. 7 I opgavenen, ret linjers parameterfremstilling i rummet
[18] S. 8-9 i opgavenen, planens ligning i rummet.

De punkter der allerede har 0 i z-koordinatet, betyder endelig bare at de allerede har præcist de koordinater de skal have, og at der ikke skal udregnes noget mere udfra det.

Efter hvert punkt er fundet kan man begynde at finde frem til, hvor hvert punkt skal være ud fra et koordinatsystem ud fra de givne oplysninger, som indsættes ind i formlen for parameterfremstillingen[19]

## 8.2 Eksempel:

Der er et punkt i min konstruktion af en anamorfose som kaldes for i. Dette punkt har koordinaterne: 200, 270, -17. Øjenpunktet er stadig 0,0,150. Vi benytter formlen for parameterfremstilling og navngiver dem efter mine kendte oplysninger og findes skæring mellem linje og plan:

$$i + t \cdot (i - \emptyset)$$

De kendte værdier indsættes ind i formlen for parameterfremstillingen, og maple benyttes til at udregne parameterfremstillingen:

$$\begin{pmatrix}200\\270\\-17\end{pmatrix} + t \cdot \left(\begin{pmatrix}200\\270\\-17\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0\\0\\150\end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix}200 + 200t\\270 + 270t\\-17 - 167t\end{pmatrix}$$

Man skal nu finde frem til hvornår linjen rammer 0 i z-aksen, da man ikke bare kan have et punkt der svæver i rummet. Derfor tager vi den fundene z-koordinat fra den forrige opgave og isolere t, for at finde frem til hvad t vil være. Jeg benytter maples solve funktion:

$$solve(-17 - 167 \cdot t) = 0 = -\frac{17}{167} = 0$$

Jeg sætter nu den fundne t-værdi ind i den samme formel for en parameterfremstilling i rummet:

$$\begin{pmatrix}200\\270\\-17\end{pmatrix} + \left(-\frac{17}{167}\right) \cdot \left(\begin{pmatrix}200\\270\\-17\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0\\0\\150\end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix}179{,}64\\242{,}51\\0\end{pmatrix}$$

[19] S. 7 I opgavenen, ret linjers parameterfremstilling i rummet

## 8.3 Eksempel 2:

Jeg har punktet J som har koordinaterne: 200, 300, -17. Øjepunktet er stadig præcist det samme, som før, altså 0,0,150. Jeg benytter paramterfremstillingen til at beregne, hvor punktet skal ligge. Det præcis samme gøres igen, men vi udskifter det i formlen til de nye kendte værdier:

$$j + t \cdot (j - Ø)$$

Nu indsættes de nye værdier ind i formlen:

$$\begin{pmatrix} 200 \\ 300 \\ -17 \end{pmatrix} + t \cdot \left( \begin{pmatrix} 200 \\ 300 \\ -17 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 150 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 200 + 200t \\ 300 + 300t \\ -17 - 167t \end{pmatrix}$$

Her ses at man for præcis samme resultater udover y-aksen, som er 300+300t i stedet for 270+270t. Dette er fordi at den eneste forskel fra punkt J og punkt i, er y-aksens værdier.

Jeg benytter endnu engang maple til at udregne hvad t er, hvis z= 0:

$$solve(-17 - 167 \cdot t) = 0 = -\frac{17}{167} = 0$$

Jeg sætter nu den fundne t-værdi ind i den samme formel for en parameterfremstilling i rummet:

$$\begin{pmatrix} 200 \\ 300 \\ -17 \end{pmatrix} + \left( -\frac{17}{167} \right) \cdot \left( \begin{pmatrix} 200 \\ 300 \\ -17 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 150 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 179{,}64 \\ 269{,}46 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Her ses at x-aksen er nøjagtig den samme, som i forrige eksempel, men y-aksen er anderledes og derfor er det et helt nyt punkt i linjen fra øjepunktet man har fundet.

Man har nu fundet hvor koordinaterne i xy-planen skal være når linjen fra øjenpunktet skærer z-aksen i 0.

Det præcis samme gøres for alle punkter og man kan derefter konstruere en anamorfose.

Dette har jeg gjort for hvert punkt i anamorfosen og har dermed kunne konstruere 2 trappetrin, som kun ser rigtigt ud fra øjenpunktet.

Her ses anamorfosen fra den rigtige vinkel:

Her ses anamorfosen fra den forkerte vinkel:

Selve anamorfosen ville se meget mere realistisk hvis farverne passede bedre med de resterende rigtige trappetrin, men her ser den færdiglavet anamorfose af nogen trappetrin, som går længere ned i kælderen. Set fra den rigtige vinkel, ligner det trapper, mens fra den forkerte vinkel, ser det helt forkert ud. Det er derfor vigtigt at kende, hvor øjepunktet er, for at se den rigtige illusion, af den fremstilte anamorfose.

## 9.0 Opsamling

Vektorer er et meget bredt begreb indenfor matematikken. Jeg vil hermed konkludere at noget viden indenfor rumgeometri er vigtigt at kende til, for at kunne fremstille en anamorfose.

Jeg kan hermed konkludere at vektorer har en længde og en retning, samt har pile som repræsentanter. Dermed er formlen for skalarproduktet næsten det samme i planen og for rummet, med en undtagelse af et trejde koordinatsæt i rummet i stedet for bare to, som ses i planen.

Vektorsummen er vigtig, at kende til for at kunne forstå hvad indskudsreglen er, da vi omskriver indskudsreglen i en ret linjes parameterfremstilling i planen.

Jeg kan dermed også konkludere at den rette linjes parameterfremstilling i rummet, benytter samme formler, som i planen, bare med et ekstra koordinatsæt, kaldet z, da der er tre koordinater i rummet, fremfor bare 2.

Planens ligning er dermed også vigtig at kende til, da man benytter den, samt parameterfremstillingen i rummet for en ret linje for at kunne fremstille en anamorfose. Dette gøres for at kunne finde frem til skæringen mellem linje og plan, så anamorfosen ser virkelig ud fra det rette øjepunkt.

Punkterne i anamorfosen er derfor vigtige at vide hvor de præcist skærer med linjen i planen og højden i en værdi af z=0, for at kunne fremstille en god anamorfose, da der ikke kan være nogen punkter der svæver i rummet og derfor vil jeg konkludere at en rigtig god anamorfose kan konstrueres hvis man kender det baggrundsviden man skal bruge for at kunne fremstille en.

# 10.0 Litteraturliste

Bøger:

Carstensen, Jens., Frandsen, Jesper. & Studsgaard, Jens. (2007). *MAT A3*. Systime.

Olsen, Ole W. . (1999). *Vektorregning: med opgaver* (1.. udg.). Forlaget Basis.

E-bog:

Dalby, Peder., Madsen, Bjarke M. ., Overgaard, Lars P. . & Studsgaard, Jens. (2024). *Plus A hf* . Systime . https://plushfa.systime.dk/?id=1936

Video:

Ukendt instruktør (2009-2024). *Plangeometri (STX)* [Undervisningsmetode]. Restudy. https://restudy.dk/forloeb/703/video/75849840

## 11.0 Bilag:

Bilag:

Udregninger for hvert punkt i anamorfosen:

Jeg vil nu beregne alle de ukendte skæringspunkter med gulvet udefra samme princip for oven. Jeg skal vide hvor fra øjenhøjden.
Et trappetrin har i alt 8 forskellige punkter men har samme to skæringspunkter dvs, jeg har 6 ukendte jeg skal finde.

Da jeg skal lave 2 trappetrin betyder det at jeg skal finde frem til de 16 ukendte punkter med hvor de skærer z-aksen i 0, da jeg ikke kan have et punkt der flyver i rummet.

Jeg starter med at definere de 3-akser, som jeg har målt:

$$i := \langle 200, 270, -17 \rangle = \begin{bmatrix} 200 \\ 270 \\ -17 \end{bmatrix}$$

$$\text{Ø} := \langle 0, 0, 150 \rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 150 \end{bmatrix}$$

For at kunne finde frem til hvor punktet i planen vil være, laver jeg en parameterfremstilling gennem punktet og øjenhøjden.

$$i + t \cdot (i - \text{Ø}) = \begin{bmatrix} 200 + 200\,t \\ 270 + 270\,t \\ -17 - 167\,t \end{bmatrix}$$

Jeg finder frem til hvor z er nul og isolere t

$$solve(-17 - 167 \cdot t) = 0 = -\frac{17}{167} = 0$$

Jeg sætter nu den fundne t-værdi ind i formlen for en parameterfremstilling i rummet har derfor fundet xy-planen.

$$i + \left(-\frac{17}{167}\right) \cdot (i - \text{Ø}) \xrightarrow{\text{at 5 digits}} \begin{bmatrix} 179.64 \\ 242.51 \\ 0. \end{bmatrix}$$

Her ses koordinaterne for xy-plan

Jeg gøre det samme med punkt J:
Jeg starter med at definere de 3-akser, som jeg har målt:

$$j := \langle 200, 300, -17 \rangle =$$

$$\begin{bmatrix} 200 \\ 300 \\ -17 \end{bmatrix}$$

$$Ø := \langle 0, 0, 150 \rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 150 \end{bmatrix}$$

For at kunne finde frem til hvor punktet i planen vil være, laver jeg en parameterfremstilling gennem punktet og øjenhøjden.

$$j + t \cdot (j - Ø) = \begin{bmatrix} 200 + 200\,t \\ 300 + 300\,t \\ -17 - 167\,t \end{bmatrix}$$

Jeg finder frem til hvor z er nul og isolere t

$solve(-17 - 167 \cdot t) = 0$

$$-\frac{17}{167} = 0 \tag{1}$$

Jeg sætter nu den fundne t-værdi ind i formlen for en parameterfremstilling i rummet har derfor fundet xy-planen.

$$j + \left(-\frac{17}{167}\right) \cdot (j - Ø) \xrightarrow{\text{at 5 digits}} \begin{bmatrix} 179.64 \\ 269.46 \\ 0. \end{bmatrix}$$

Her ses koordinaterne for xy-plan

K:

Jeg starter med at definere de 3-akser, som jeg har målt:

$$k := \langle 200, 270, 0 \rangle = \begin{bmatrix} 200 \\ 270 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Ø := \langle 0, 0, 150 \rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 150 \end{bmatrix}$$

For at kunne finde frem til hvor punktet i planen vil være, laver jeg en parameterfremstilling gennem punktet og øjenhøjden.

$$k + t \cdot (k - Ø) =$$

$$\begin{bmatrix} 200 + 200\,t \\ 270 + 270\,t \\ -150\,t \end{bmatrix}$$

Jeg finder frem til hvor z er nul og isolere t

*solve*$(-150 \cdot t) = 0$

$$0 = 0 \tag{2}$$

Jeg sætter nu den fundne t-værdi ind i formlen for en parameterfremstilling i rummet har derfor fundet xy-planen.

$$k + 0 \cdot (k - \emptyset) \xrightarrow{\text{at 5 digits}} \begin{bmatrix} 200. \\ 270. \\ 0. \end{bmatrix}$$

Her ses koordinaterne for xy-plan og fordi z allerede var 0, giver det præcist det samme.

Anden side af ukendt trappe 1:

L:

Jeg starter med at definere de 3-akser, som jeg har målt:

$$l := \langle 310, 270, -17 \rangle = \begin{bmatrix} 310 \\ 270 \\ -17 \end{bmatrix}$$

$$\emptyset := \langle 0, 0, 150 \rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 150 \end{bmatrix}$$

For at kunne finde frem til hvor punktet i planen vil være, laver jeg en parameterfremstilling gennem punktet og øjenhøjden.

$$l + t \cdot (l - \emptyset) = \begin{bmatrix} 310 + 310\,t \\ 270 + 270\,t \\ -17 - 167\,t \end{bmatrix}$$

Jeg finder frem til hvor z er nul og isolere t

*solve*$(-17 - 167 \cdot t) = 0$

$$-\frac{17}{167} = 0 \tag{3}$$

Jeg sætter nu den fundne t-værdi ind i formlen for en parameterfremstilling i rummet har derfor fundet xy-planen.

$$l+\left(-\frac{17}{167}\right)\cdot(l-\emptyset)\xrightarrow{\text{at 5 digits}}\begin{bmatrix}278.44\\242.51\\0.\end{bmatrix}$$

Her ses koordinaterne for xy-plan

M:

Jeg starter med at definere de 3-akser, som jeg har målt:

$$m:=\langle 310,300,-17\rangle=\begin{bmatrix}310\\300\\-17\end{bmatrix}$$

$$\emptyset:=\langle 0,0,150\rangle=\begin{bmatrix}0\\0\\150\end{bmatrix}$$

For at kunne finde frem til hvor punktet i planen vil være, laver jeg en parameterfremstilling gennem punktet og øjenhøjden.

$$m+t\cdot(m-\emptyset)=\begin{bmatrix}310+310\,t\\300+300\,t\\-17-167\,t\end{bmatrix}$$

Jeg finder frem til hvor z er nul og isolere t

$solve(-17-167\cdot t)=0$

$$-\frac{17}{167}=0 \tag{4}$$

Jeg sætter nu den fundne t-værdi ind i formlen for en parameterfremstilling i rummet har derfor fundet xy-planen.

$$m+\left(-\frac{17}{167}\right)\cdot(m-\emptyset)\xrightarrow{\text{at 5 digits}}\begin{bmatrix}278.44\\269.46\\0.\end{bmatrix}$$

Her ses koordinaterne for xy-plan, men dette punkt er et usynligt punkt, da vi ikke kan se igennem trappen på den anden side pga, væggen.

N:

Jeg starter med at definere de 3-akser, som jeg har målt:

$$n := \langle 310, 270, 0\rangle = \begin{bmatrix} 310 \\ 270 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\emptyset := \langle 0, 0, 150\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 150 \end{bmatrix}$$

For at kunne finde frem til hvor punktet i planen vil være, laver jeg en parameterfremstilling gennem punktet og øjenhøjden.

$$n + t\cdot(n - \emptyset) = \begin{bmatrix} 310 + 310\,t \\ 270 + 270\,t \\ -150\,t \end{bmatrix}$$

Jeg finder frem til hvor z er nul og isolere t

$solve(-150\cdot t) = 0$

$$0 = 0 \tag{5}$$

Jeg sætter nu den fundne t-værdi ind i formlen for en parameterfremstilling i rummet har derfor fundet xy-planen.

$$n + 0\cdot(n - \emptyset) \xrightarrow{\text{at 5 digits}} \begin{bmatrix} 310. \\ 270. \\ 0. \end{bmatrix}$$

Ukendt trappe 2:

den første og anden trappe skærer hinanden i punkt i og l og derfor er det bare det samme punkt.

O:

Jeg starter med at definere de 3-akser, som jeg har målt:

$$o := \langle 200, 240, -34\rangle = \begin{bmatrix} 200 \\ 240 \\ -34 \end{bmatrix}$$

$$\emptyset := \langle 0, 0, 150\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 150 \end{bmatrix}$$

For at kunne finde frem til hvor punktet i planen vil være, laver jeg en parameterfremstilling gennem punktet og øjenhøjden.

$$o+t\cdot(o-\emptyset)=\begin{bmatrix}200+200\,t\\240+240\,t\\-34-184\,t\end{bmatrix}$$

Jeg finder frem til hvor z er nul og isolere t

$solve(-34-184\cdot t)=0$

$$-\frac{17}{92}=0 \tag{6}$$

Jeg sætter nu den fundne t-værdi ind i formlen for en parameterfremstilling i rummet har derfor fundet xy-planen.

$$o+\left(-\frac{17}{92}\right)\cdot(o-\emptyset)\xrightarrow{\text{at 5 digits}}\begin{bmatrix}163.04\\195.65\\0.\end{bmatrix}$$

Her ses koordinaterne for xy-plan

P:

Jeg starter med at definere de 3-akser, som jeg har målt:

$$p:=\langle 200,270,-34\rangle=\begin{bmatrix}200\\270\\-34\end{bmatrix}$$

$$\emptyset:=\langle 0,0,150\rangle=\begin{bmatrix}0\\0\\150\end{bmatrix}$$

For at kunne finde frem til hvor punktet i planen vil være, laver jeg en parameterfremstilling gennem punktet og øjenhøjden.

$$p+t\cdot(p-\emptyset)=\begin{bmatrix}200+200\,t\\270+270\,t\\-34-184\,t\end{bmatrix}$$

Jeg finder frem til hvor z er nul og isolere t

$solve(-34-184\cdot t)=0$

$$-\frac{17}{92}=0 \tag{7}$$

Jeg sætter nu den fundne t-værdi ind i formlen for en parameterfremstilling i rummet har derfor fundet xy-planen.

$$p + \left(-\frac{17}{92}\right) \cdot (p - \text{Ø}) \xrightarrow{\text{at 5 digits}} \begin{bmatrix} 163.04 \\ 220.11 \\ 0. \end{bmatrix}$$

Her ses koordinaterne for xy-plan

Q:

Jeg starter med at definere de 3-akser, som jeg har målt:

$$q := \langle 200, 240, -17 \rangle = \begin{bmatrix} 200 \\ 240 \\ -17 \end{bmatrix}$$

$$\text{Ø} := \langle 0, 0, 150 \rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 150 \end{bmatrix}$$

For at kunne finde frem til hvor punktet i planen vil være, laver jeg en parameterfremstilling gennem punktet og øjenhøjden.

$$q + t \cdot (q - \text{Ø}) = \begin{bmatrix} 200 + 200\,t \\ 240 + 240\,t \\ -17 - 167\,t \end{bmatrix}$$

Jeg finder frem til hvor z er nul og isolere t

$solve(-17 - 167 \cdot t) = 0$

$$-\frac{17}{167} = 0 \tag{8}$$

Jeg sætter nu den fundne t-værdi ind i formlen for en parameterfremstilling i rummet har derfor fundet xy-planen.

$$q + \left(-\frac{17}{167}\right) \cdot (q - \text{Ø}) \xrightarrow{\text{at 5 digits}} \begin{bmatrix} 179.64 \\ 215.57 \\ 0. \end{bmatrix}$$

Her ses koordinaterne for xy-plan

anden side:

R:

Jeg starter med at definere de 3-akser, som jeg har målt:

$$r := \langle 310, 240, -34\rangle = \begin{bmatrix} 310 \\ 240 \\ -34 \end{bmatrix}$$

$$\varnothing := \langle 0, 0, 150\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 150 \end{bmatrix}$$

For at kunne finde frem til hvor punktet i planen vil være, laver jeg en parameterfremstilling gennem punktet og øjenhøjden.

$$r + t\cdot(r - \varnothing) = \begin{bmatrix} 310 + 310\,t \\ 240 + 240\,t \\ -34 - 184\,t \end{bmatrix}$$

Jeg finder frem til hvor z er nul og isolere t

$solve(-34 - 184\cdot t) = 0$

$$-\frac{17}{92} = 0 \tag{9}$$

Jeg sætter nu den fundne t-værdi ind i formlen for en parameterfremstilling i rummet har derfor fundet xy-planen.

$$r + \left(-\frac{17}{92}\right)\cdot(r - \varnothing) \xrightarrow{\text{at 5 digits}} \begin{bmatrix} 252.72 \\ 195.65 \\ 0. \end{bmatrix}$$

Her ses koordinaterne for xy-plan

S:

Jeg starter med at definere de 3-akser, som jeg har målt:

$$s := \langle 310, 270, -34\rangle = \begin{bmatrix} 310 \\ 270 \\ -34 \end{bmatrix}$$

$$\varnothing := \langle 0, 0, 150\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 150 \end{bmatrix}$$

For at kunne finde frem til hvor punktet i planen vil være, laver jeg en parameterfremstilling gennem punktet og øjenhøjden.

$$s + t \cdot (s - \varnothing) = \begin{bmatrix} 310\,t + 310 \\ 270\,t + 270 \\ -34 - 184\,t \end{bmatrix}$$

Jeg finder frem til hvor z er nul og isolere t

$solve(-34 - 184 \cdot t) = 0$

$$-\frac{17}{92} = 0 \tag{10}$$

Jeg sætter nu den fundne t-værdi ind i formlen for en parameterfremstilling i rummet har derfor fundet xy-planen.

$$s + \left(-\frac{17}{92}\right) \cdot (s - \varnothing) \xrightarrow{\text{at 5 digits}} \begin{bmatrix} 252.72 \\ 220.11 \\ 0. \end{bmatrix}$$

Usynlig punkt.

U:

$$u := \langle 310, 240, -17 \rangle = \begin{bmatrix} 310 \\ 240 \\ -17 \end{bmatrix}$$

$$\varnothing := \langle 0, 0, 150 \rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 150 \end{bmatrix}$$

$$u + t \cdot (u - \varnothing) = \begin{bmatrix} 310\,t + 310 \\ 240\,t + 240 \\ -17 - 167\,t \end{bmatrix}$$

$solve(-17 - 167 \cdot t)$

$$-\frac{17}{167} \tag{11}$$

$$u + \left(-\frac{17}{167}\right) \cdot (u - \varnothing) \xrightarrow{\text{at 5 digits}} \begin{bmatrix} 278.44 \\ 215.57 \\ 0. \end{bmatrix}$$